Relativité restreinte. Note de synthèse

25/03/2023

Pascal DUBOIS

Cette note présente une synthèse des principaux éléments développés aux chapitres 2 et 3 de la note intitulée : « Une autre approche de la relativité »

Considérons deux référentiels galiléens Σ (x,y,z,t) et Σ' (x',y',z',t') en mouvement rectiligne et uniforme l'un par rapport à l'autre. Chaque référentiel comporte un repère de coordonnées spatiales et des horloges synchronisées en son sein, qui permettent de localiser les événements dans l'espace et dans le temps.

Convenons que ces référentiels sont en mouvement relatif suivant une direction prise pour les axes de coordonnées x et x' : soit u la vitesse de déplacement de Σ par rapport à Σ'.

On retient le principe de relativité : les lois de la physique sont invariantes par changement de référentiel galiléen.

Les référentiels sont rattachés entre eux par le choix d'une origine commune (O confondu avec O') à un instant commun t = 0. Le constat de l'absence de synchronisation des horloges entre ces référentiels est considéré comme un fait expérimental. Il implique que le temps (date) ne peut pas être considéré comme absolu.

On montre que la désynchronisation est liée à l'existence d'une vitesse limite (qui s'avère être la vitesse de propagation libre **c** des ondes électromagnétiques dans le vide). Il en résulte que la loi de composition des vitesses (v dans Σ et v' dans Σ') s'écrit :

$$v' = (v - u) \,/\, (1 - uv/\mathbf{c}^2) \qquad (1)$$

Au-delà du principe de relativité, la **théorie de la relativité restreinte** postule que rien ne permet de distinguer un référentiel de l'autre vis-à-vis de la production d'un événement ou de la réalisation d'une expérience. Cela conduit à écrire des équations de changement de coordonnées parfaitement symétriques, qui constituent les formules de Lorentz (avec $\Upsilon = 1/(1- u^2/\mathbf{c}^2)^{1/2}$) :

Pour passer de (x,t) à (x', t') :

$$x' = \Upsilon\,(x - u\,t) \qquad (2)$$
$$t' = \Upsilon\,(t - u\,x \,/\, \mathbf{c}^2)$$

Pour passer de (x',t') à (x, t) :

$$x = \Upsilon\,(x' + u\,t') \qquad (2a)$$
$$t = \Upsilon\,(t' + u\,x'/\,\mathbf{c}^2)$$

Les équations (2a) s'obtiennent par inversion des équations (2), ce qui traduit l'hypothèse qu'un événement ne peut pas être rattaché à un référentiel particulier.

Avec ces équations, hormis la désynchronisation du temps, on observe :

- une dilatation de la durée entre deux événements, mesurée à l'aide de deux horloges différentes (temps impropre) par rapport à la durée mesurée par une seule horloge (temps propre), c'est-à-dire dans le référentiel où ces événements ont la même position spatiale :

$$\Delta t' = \Upsilon\, \Delta t \text{ si } \Delta x = 0 \quad \text{et} \quad \Delta t = \Upsilon\, \Delta t' \text{ si } \Delta x' = 0\ ;$$

- une contraction des longueurs mesurées à partir du référentiel mobile par rapport aux longueurs dans le référentiel fixe : $\Delta x' = \Delta x / \Upsilon$ si $\Delta t' = 0$ et $\Delta x = \Delta x' / \Upsilon$ si $\Delta t = 0$.

Pour la théorie de la relativité restreinte, le retard d'une horloge mise en mouvement par rapport à une horloge restée fixe constitue la preuve de la réalité physique de la dilatation des durées.

Nouvelle approche de la relativité

Nous commençons par montrer que la dilatation des durées conduit à une contradiction : l'expérience de mise en mouvement d'une horloge à la vitesse u à partir du référentiel Σ permet d'affirmer que le temps s'écoule plus lentement dans Σ' que dans Σ, mais l'affirmation opposée peut être faite en considérant la mise en mouvement d'une horloge à la vitesse - u à partir de Σ'.

C'est pourquoi nous proposons une analyse alternative à celle de la relativité restreinte qui s'appuie sur les hypothèses suivantes :

- le temps s'écoule de façon universelle (ce qui veut dire qu'on n'observe pas de dilatation des durées) mais la synchronisation des horloges ne permet pas de l'exprimer sous forme d'un temps absolu ;
- l'espace est considéré comme absolu (pas de contraction des longueurs entre référentiels ;
- avec l'hypothèse d'universalité de l'écoulement du temps, tout événement apparaît après une durée T, indépendante du référentiel considéré, depuis l'instant origine commun aux référentiels.

Nous dirons qu'un événement est « produit » dans un référentiel si le temps affiché par l'horloge du point auquel il est rattaché est identique à cette durée (t = T). Dans un référentiel mobile par rapport à ce référentiel privilégié, l'événement est « perçu » à un temps différent ($t' \neq T$).[1]

Considérons un événement produit au point (x,t) dans le référentiel Σ. Dans le référentiel Σ', les coordonnées (x', t') qui satisfont les hypothèses énoncées plus haut sont données par les équations ci-après :

$$x' = \Upsilon^2 (x - u\, t) \qquad (3)$$

$$t' = \Upsilon^2 (t - u\, x / \mathbf{c}^2)$$

Dans ces équations le coefficient Υ^2 traduit le fait, qu'à un instant donné dans Σ, ce référentiel est en correspondance avec une image déformée de Σ' (les horloges apparaissent désynchronisées), ce qui est un effet cinématique.

[1] Sauf si x' = 0 , comme le montrent les formules (2) ou (2').

Pour un événement produit au point (x',t') de Σ', les équations sont :

$$x = \Upsilon^2 (x' + u\,t') \qquad (3a)$$

$$t = \Upsilon^2 (t' + u\,x' / \mathbf{c}^2)$$

Les équations (3a) ne s'obtiennent pas par inversion des équations (3), les équations inverses s'écrivant :[2]

$$x = x' + u\,t' \qquad (3')$$

$$t = t' + u\,x' / \mathbf{c}^2$$

A la différence de ce qui est admis par la théorie de la relativité restreinte, la conjonction des coordonnées x et x' ne constitue pas un événement unique, mais peut s'obtenir de deux façons différentes :

- en considérant un événement produit dans le référentiel Σ (considéré comme fixe) en x après une durée t : (x,t) est en correspondance avec (x', t'_1) ;
- en considérant un événement produit dans le référentiel Σ' (considéré comme fixe) en x' après une durée t' : (x',t') est en correspondance avec (x, t_1).

L'application des équations (3) et (3a) conduit à :

$$t_1 = t'_1 = (x - x')/u$$

t_1 et t'_1 représentent donc la durée donnée par la transformation galiléenne, mais t et t' en diffèrent.

Finalement, la contradiction inhérente à la théorie de la relativité restreinte tient à l'interprétation de la notion d'événement : si le temps n'est pas absolu, un événement ne peut pas être considéré comme « produit » dans tous les référentiels, exception faite de l'événement servant à définir l'instant origine commun.

Approche basée sur l'équivalence entre masse et énergie

Nous allons maintenant montrer qu'une approche basée sur des considérations énergétiques apporte une justification physique à ce qui vient d'être présenté.

La théorie de la relativité restreinte a introduit le principe d'équivalence entre masse et énergie. On peut considérer que la physique des particules a validé ce principe. Pour lui laisser toute sa généralité nous l'exprimerons de la façon suivante :

« Dans tout référentiel galiléen Σ (x, y, z, t), il existe la relation suivante entre la masse m d'une particule et son énergie totale E :

$$E = m\,\mathbf{c}^2 \qquad (4)$$

m dépend de la vitesse de la particule [3]. Il s'agit de la masse inertielle qui entre en jeu dans la définition de la quantité de mouvement de la particule. »

[2] A partir des équations (3') on vérifie immédiatement que la non-dilatation des durées et la non contraction des longueurs sont satisfaites.

[3] Nous choisissons de ne pas limiter l'emploi du terme masse à la masse au repos.

La conjugaison du principe ci-dessus et de la loi fondamentale de la dynamique conduit à la relation donnant m en fonction de la masse au repos :

$$m = \gamma\, m_0 \qquad (5)$$

L'utilisation de la loi de composition des vitesses (1) permet d'établir la relation liant l'énergie d'une particule dans deux référentiels en mouvement relatif (v désigne la vitesse de la particule dans Σ, v' sa vitesse dans Σ' et u la vitesse de Σ' par rapport à Σ) :

$$E' = \gamma\, (m'_0/m_0)\, E\, (1 - u\, v/\mathbf{c}^2) \qquad (6)$$

ou (relation inverse) : $$E = \gamma\, (m_0/m'_0)\, E'\, (1 + u\, v'/\mathbf{c}^2) \qquad (6')$$

Les relations (6) et (6) font apparaître le ratio m'_0/m_0. La valeur à donner à ce ratio dépend du choix d'une relation entre les énergies au repos de la particule dans les deux référentiels.

Deux hypothèses apparaissent raisonnablement envisageables :

- celle de l'invariance de la masse au repos ;
- celle de la conservation de l'énergie totale par changement de référentiel.

→ *<u>La première hypothèse</u>* postule que la masse au repos est invariante par changement de référentiel : c'est le postulat de la Mécanique classique, mais aussi de la théorie de la relativité restreinte. On vérifie que cette hypothèse est compatible avec les formules de Lorentz (2), (2a).

→ *<u>La seconde hypothèse</u>* peut être comprise à travers l'exemple suivant :

Deux particules identiques, de même masse au repos m_0 dans Σ, sont immobiles dans ce référentiel ; elles ont une vitesse égale à $-u$ dans Σ' ;

Un observateur de Σ augmente de 0 à u la vitesse de la première particule en lui fournissant de l'énergie ;

Un observateur de Σ' ramène de $-u$ à 0 la vitesse de la deuxième particule en lui retirant de l'énergie ;

Les deux particules sont maintenant au repos par rapport à Σ' ; quelle est la masse au repos de chacune dans Σ' ?

La réponse que nous donnons est : la première particule a pour masse au repos $m'_0 = \gamma\, m_0$
la seconde particule a pour masse au repos $m'_0 = m_0/\gamma$

L'énergie totale acquise par la particule est entièrement portée par celle-ci et transmise d'un référentiel à l'autre. Selon l'action exercée, m'_0 peut prendre toute valeur comprise entre m_0/Υ et Υm_0. On peut dire que l'énergie au repos d'une particule dépend de son histoire.

Cette seconde hypothèse est compatible avec les équations de changement de coordonnées (3) et (3a). Si l'on réalise une expérience dans le référentiel Σ, le passage au référentiel Σ' se fait en adoptant $m'_0 = \gamma\, m_0$; on retrouve alors les équations (3). Le passage de Σ' à Σ correspond à $m_0 = \gamma\, m'_0$ qui conduit aux équations (3a).

La nouvelle approche que nous proposons suppose donc de substituer l'invariance de l'énergie totale[4] à l'invariance de la masse au repos.

Une conséquence importante du choix d'invariance est qu'il conduit à des interprétations différentes pour certains phénomènes considérés comme base de vérification expérimentale de la théorie de la relativité restreinte :

- *dans le cadre de la RR*, le retard des horloges en mouvement et l'augmentation de la durée de vie des muons atmosphériques voyageant à grande vitesse sont imputés à la dilatation du temps entre les référentiels ; on suppose que les horloges continuent à délivrer la même unité de temps ;

- *avec le choix de conservation de l'énergie totale* par changement de référentiel, ces phénomènes sont imputés à la modification de l'énergie au repos des atomes de l'horloge atomique ou de celle des muons, du fait de l'énergie reçue pour passer du référentiel Σ au référentiel Σ' ; l'écoulement du temps n'est pas modifié, mais les horloges ne délivrent plus la même unité de temps.

[4] Attention, l'invariance telle que nous l'avons définie ne veut pas dire que les valeurs données à l'énergie totale sont toujours identiques dans les deux référentiels (cf. paragraphe 3.3.3 Référentiel privilégié, vitesse vraie et énergie vraie de la note « Une autre approche de la relativité ».